

Acustica

Lunghezza d'onda minima per avere interferenza costruttiva

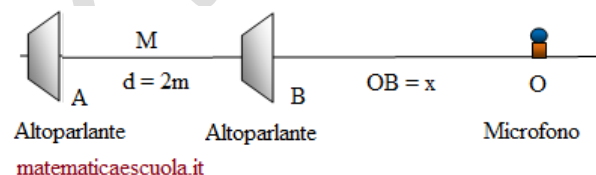
Problema (due altoparlanti ed un microfono allineati)

Un microfono è posizionato sulla linea retta che congiunge (idealmente) due altoparlanti che distano tra loro di 2m ed emettono suoni alla stessa frequenza (si tratta del suono rilevato dal microfono che viene trasmesso tramite l'impianto di riproduzione ai due altoparlanti la cui funzione è quella di diffondere il suono con opportuna amplificazione). Il microfono è sistemato a 5 metri dal punto medio tra i due altoparlanti.

1. Nell'ipotesi che i suoni emessi dai due altoparlanti siano in fase, determinare i valori delle frequenze più basse in relazione ai quali nel punto dov'è posizionato il microfono si abbia interferenza costruttiva.
2. Determinare i valori delle frequenze più basse affinché nella posizione del microfono si abbia interferenza costruttiva nell'ipotesi che i suoni emessi dai due altoparlanti siano in opposizione di fase, quindi sono sfasati di 180° .

Elaborazioni

Facciamo riferimento alla figura riportata a margine.



Risoluzione del primo quesito

- a) I suoni emessi dai due altoparlanti A, B per giungere nel punto O dov'è posizionato il microfono devono percorrere distanze diverse la cui differenza è rappresentata dalla distanza tra i due altoparlanti: $AB=d=2\text{m}$. Per la risoluzione del quesito non ha alcuna importanza la distanza che separa il microfono dall'altoparlante più vicino perché questo tratto è comune ai percorsi seguiti dai due suoni per giungere al microfono; comunque, nel caso considerato questa distanza è $OB=(5-1)\text{m}=4\text{m}$.
- b) Nel punto del microfono i due suoni si sovrappongono (interferiscono) e l'interferenza può essere costruttiva (cioè nel punto si rileva un suono più intenso di ciascuno dei singoli suoni) oppure distruttiva (cioè nel punto si rileva un suono meno intenso di ciascuno dei singoli suoni). La massima interferenza costruttiva si ha quando i suoni arrivano in O con la stessa fase e ciò si verifica se la differenza dei percorsi compiuti dagli stessi contiene un numero intero di lunghezze d'onda.
- c) La lunghezza d'onda λ di un suono dipende dalla frequenza f dello stesso e dalla sua velocità di propagazione nell'aria. Nell'esempio considerato i suoni emessi dagli altoparlanti hanno la stessa frequenza. Per quanto concerne la velocità v alla quale viaggia il suono nell'aria, questa dipende dalla pressione e dalla temperatura dell'aria; assumiamo che sia $v=340\text{ m/s}$. Sussiste l'uguaglianza

$$\lambda = v / f \quad (1)$$

- d) La relazione (1) indica che la lunghezza d'onda è inversamente proporzionale alla frequenza, quindi con l'aumentare della frequenza diminuisce la lunghezza d'onda⁽¹⁾, pertanto a frequenze maggiori corrispondono lunghezze d'onda minori e viceversa. Deduciamo che **la minima frequenza del suono alla quale corrisponde nel punto del microfono un'interferenza costruttiva è quella che ha lunghezza d'onda pari alla distanza che separa i due altoparlanti**. A detto valore della frequenza corrisponde anche il valore massimo della lunghezza d'onda del suono. Dunque risulta: $f_{\min} = \frac{v}{\lambda}$

$$\frac{v}{AB} = \frac{340ms^{-1}}{2m} = 170Hz.$$

Il valore successivo della frequenza che permette di avere un altro valore massimo del suono nel punto del microfono è quella la cui lunghezza d'onda è contenuta esattamente due volte nella distanza tra i due altoparlanti, dunque $\lambda_2 = \frac{1}{2}AB = 1m$ e perciò sarà:

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{AB:2} = \frac{340ms^{-1}}{1m} = 340Hz$$

In generale, nella posizione del microfono **vi sarà interferenza costruttiva se nel tratto AB lungo 2m è contenuto un numero intero n di lunghezze d'onda** del suono emesso. Indicando con f_n e λ_n , rispettivamente la frequenza e la lunghezza d'onda del suono, con **n numero di lunghezze d'onda** contenute nel tratto AB, sussiste la seguente relazione:

$$f_n = \frac{v_{suono}}{\lambda_n}, \text{ con } n=1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

Risoluzione del secondo quesito

Restano valide tutte le considerazioni svolte nella risoluzione del precedente quesito. In questo caso, però, i suoni emessi dagli altoparlanti sono sfasati di mezzo periodo, oppure, come spesso si dice, sono sfasati di 180° e sono dunque in opposizione di fase.

Affinché si abbia nella posizione del microfono interferenza costruttiva si deve verificare la condizione che nella lunghezza del tratto AB che separa i due microfoni deve essere contenuto un numero dispari di mezze lunghezze d'onda del suono emesso.

Sia λ la lunghezza d'onda del suono emesso con frequenza f , si verificherà nella posizione del microfono interferenza costruttiva se risulterà soddisfatta la relazione

$$\overline{AB} = (2k-1) \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad k=1,2,3,\dots$$

$$\text{da cui } \lambda = \frac{2 \cdot \overline{AB}}{2k-1}, \quad k=1,2,3,\dots$$

e quindi per la frequenza dovrà essere

⁽¹⁾ Ricordiamo che la lunghezza d'onda del suono rappresenta la distanza percorsa dall'onda sonora nell'unità di tempo, cioè in un secondo.

$$f = \frac{v_{\text{suono}}}{\lambda} = v_{\text{suono}} \cdot \frac{2k-1}{2 \cdot AB}, \text{ con } k=1,2,3,\dots \quad (3).$$

Nel caso specifico il valore della **frequenza minima si ha per k=1, quindi allorché la distanza tra i due altoparlanti è pari a mezza lunghezza d'onda** del suono.

$$f_{\min} = v_{\text{suono}} \cdot \frac{1}{2 \cdot AB} = \frac{340 \text{ms}^{-1}}{2 \cdot 2\text{m}} = 85 \text{Hz}$$

La successiva si avrà per k=2, quindi

$$f_2 = v_{\text{suono}} \cdot \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 \cdot AB} = 340 \text{ms}^{-1} \cdot \frac{3}{2 \cdot 2\text{m}} = 255 \text{Hz}$$